CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAU SETEMBRO 2011	Código: 26

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Se A é unha matriz tal que $A^3 + I = O$, sendo I a matriz identidade e O a matriz nula de orde 3, ¿cal é o rango de A? Calcula o determinante de A^{30}. Calcula A no caso de que sexa unha matriz diagonal verificando a igualdade anterior.

b) Dada a matriz $B = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula unha matriz X tal que $BXB - B = B^{-1}$

2. a) Dado o plano $\pi: \begin{cases} x = 2 - \lambda + \mu \\ y = \lambda \\ z = \lambda + \mu \end{cases}$, calcula a ecuación da recta r que pasa polo punto $P(1,-2,1)$ e é perpendicular a π. Calcula o punto de intersección de r e π.

b) ¿Están aliñados os puntos $A(2,0,3), B(0,0,1)$ e $C(2,1,5)$? Se non están aliñados, calcula a distancia entre o plano que determinan estes tres puntos e o plano π do apartado a).

3. a) Enuncia o teorema de Bolzano. ¿Podemos asegurar que a gráfica da función

$$f(x) = 3sen\left(\frac{x}{2}\right) - \cos(x^2)$$

corta o eixo OX nalgún punto do intervalo $(0,\pi)$? Razoa a resposta.

b) Descompón o número 40 en dous sumandos tales que o produto do cubo dun deles polo cadrado do outro sexa máximo. ¿Canto vale ese produto?

4. a) Calcula os valores de a, b, c sabendo que $y = ax^2 + bx + 1$ e $y = x^3 + c$, teñen a mesma recta tanxente no punto $(1,2)$.

b) Enuncia a regra de Barrow. Calcula $\int_1^e \left(\frac{1}{x} - lnx\right) dx$. (Nota ln = logaritmo neperiano).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{aligned} x + my + 3z &= 1 \\ x + 2y + mz &= m \\ x + 4y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $m = 4$.

2. a) Estuda a posición relativa da recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ e a recta s que pasa polos puntos $P(0,2,1)$ e $Q(1,1,1)$. Calcula a distancia de r a s.

b) Calcula a ecuación xeral do plano π que é paralelo á recta r e contén á recta s.

3. a) Calcula os extremos relativos da función $f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$. Calcula tamén o máximo absoluto e o mínimo absoluto desta función no intervalo $[-3,3]$.

b) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = ax^2 + bxlnx$ teña un punto de inflexión no punto $(1,2)$. Para estes valores de a e b, calcula o dominio e os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$. (Nota ln = logaritmo neperiano).

4. a) Define primitiva e integral indefinida dunha función.

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $f(x) = -3x^2 + 3$ e a recta $y = -9$. (Nota: para o debuxo das gráficas, indica os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade).